

# M A T E M A T I K A

## ZA CETVRTI RAZRED

(POPRAVNI ISPITI, RAZREDNI ISPITI, VANREDNI ISPITI)

### NASTAVNE TEME

1. FUNKCIJE (vazniji pojmovi o funkcijama, složena funkcija, elementarne funkcije, granicna vrednost funkcije, asimptote funkcije).
2. IZVOD FUNKCIJE (izvod elementarnih funkcija, drugi izvod, izvod proizvoda i kolicnika, izvod složene funkcije, primena izvoda kod ispitivanja monotonosti i ekstremnih vrednosti funkcije, ispitivanje toka funkcije, crtanje grafika, tangenta i normala funkcije).
3. INTEGRAL FUNKCIJE (neodredjen integral, odredjen integral, primena odredjenog integrala kod izracunavanja površine ravne figure).
4. KOMBINATORIKA I BINOMNA FORMULA

### Z A D A C I

	Odrediti oblast definisanosti funkcije:		
1.	a) $y = \frac{2}{x^2 - 2x}$	b) $y = \sqrt{\frac{1-2x}{2x+3}}$	c) $y = \ln \frac{4-x}{x^2+7x+10}$
2.	a) $y = \sqrt{\frac{1-x^2}{x}}$	b) $y = x + \sqrt{x+1} - \frac{x}{x-1}$	
3.	a) $y = \ln \frac{9-x^2}{x^2-5x+6}$	b) $y = \sqrt{x^2-1} - \ln(4-x^2)$	
4.	$y = \frac{x}{2x-1} + \ln(9-x^2) + \sqrt{1-x}$		
5.	$y = \frac{x}{2x-10} + \ln(x^2-4) + \sqrt{6+x}$		
6.	Date su funkcije $f(x) = 2x-1$ i $g(x) = x^2-1$ . Odrediti $f(g(x))$ , $g(f(x))$ .		
7.	Date su funkcije $f(x) = 2x+3$ i $g(x) = x^2+1$ . Odrediti $f(g(x))$ , $g(f(x))$ .		
	Odrediti granicne vrednosti funkcije:		
8.	a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-2x}$	b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x^2-2x}$	
9.	a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-3x^2+2x}{x^2+2x-3}$	b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-6x+9}{x^2-4x+3}$	
10.	a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x}$	b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2}$	
11.	a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{1-2x-3x^2}$	b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x^2-4x+3}$	c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3x+2}{4x+3}$

12.	a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)(x+3)}{(3x-1)(2-x)}$	b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$	c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2-x-1}}{x+1}$
13.	a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$	b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$	c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$
14.	a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x-1} \right)^{2x}$	b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+2} \right)^{3x}$	c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{x^2+3} \right)^x$
	Odediti oblast definisanosti, nule, znak i asimptote funkcije:		
15.	a) $y = \frac{x-1}{2x+3}$	b) $y = \frac{1-x}{x+3}$	
16.	a) $y = \frac{x}{x^2-2x+3}$	b) $y = \frac{x-1}{4-x^2}$	c) $y = \frac{x-1}{x^2+1}$
17.	a) $y = \frac{x^2-1}{x^2-3x}$	b) $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$	
18.	a) $y = \frac{x^2-1}{4-x}$	b) $y = \frac{x^2-2x}{x+1}$	
19.	a) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$	b) $y = \frac{x}{1-x^2}$	
20.	a) $y = \ln(1-x)$	b) $y = \ln(4-x^2)$	
	Određiti prvi izvod funkcije:		
21.	a) $y = 2x^2 - 3x - 2 \sin x - 4 \ln x$	b) $y = \frac{3}{x} - \frac{x}{2} - \frac{4\sqrt{x}}{3}$	
22.	a) $y = \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3}$	b) $y = 2\sqrt{x} - 4\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x}$	
23.	a) $y = (2x^2 - 5x - 1) \ln x$	b) $y = 3x^2 e^x$	c) $y = x^2 \ln x$
24.	a) $y = (2x-3) \sin x$	b) $y = \sin x \cos x$	c) $y = x \sin x + \cos x$
25.	a) $y = \frac{x^2}{1-x}$	b) $y = \frac{\sin x}{\cos x}$	c) $y = \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1}$
26.	a) $y = \frac{\ln x}{x}$	b) $y = \frac{e^x - 4x}{x}$	c) $y = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$
	Određiti izvod složene funkcije:		
27.	a) $y = (2x^2 - 5x - 1)^{10}$	b) $y = \sin^3 x + \sin x^3$	c) $y = e^{2x} + e^{-x} - e^{\sin x}$
28.	a) $y = \sqrt{2x+3}$	b) $y = \sqrt[3]{x^2-1}$	c) $y = \ln^2 x + \ln x^2$
29.	a) $y = \ln \frac{1-x}{1+x}$	b) $y = \ln \frac{\cos x - 1}{\cos x + 1}$	c) $y = 3 \cos(2x-1)$
30.	$y = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$		
	Određiti drugi izvod funkcije:		

31.	a) $y = 3x^2 + 2 \ln x - \sin x$	b) $y = \sin x + \cos x$	c) $y = x^2 \sin x$
32.	a) $y = \frac{x-1}{x}$	b) $y = x^2 \ln x$	c) $y = (2x-1)e^x$
33.	a) $y = (2x-1)^4$	b) $y = \cos^4 x$	c) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$
34.	Ako je $y = e^x \sin x$ izracunati:	$y'' - 2y' + 2y$	
35.	Ako je $y = e^{4x} + 2e^{-x}$ izracunati:	$y''' - 13y' + 12y$	
36.	Napisati jednacinu tangente i normale u tacki $M(1,2)$ funkcije $y = 2x^2 - x + 1$ .		
37.	Napisati jednacinu tangente i normale u tacki $M(-2, y > 0)$ funkcije $y = -x^2 - 2x$ .		
38.	Napisati jednacinu tangente i normale u tacki $M(1, y < 0)$ funkcije $y = 2x^3 - 3x + 2$ .		
39.	Napisati jednacinu tangente grafika funkcije $y = 2x^2 - x + 1$ , koja je paralelna pravoj $y = -0,25x + 3$		
40.	Napisati jednacinu tangente grafika funkcije $y = \frac{1}{4}x^4 + x$ koja je normalna na pravu $y = -\frac{1}{2}x + 1$ .		
	Odrediti intervale monotonosti i ekstremne vrednosti funkcije:		
41.	a) $y = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2$	b) $y = x^3 - x$	
42.	a) $y = x^4 - 2x^2$	b) $y = x^3 - 3x^2 + 2$	
43.	a) $y = \frac{2x-1}{x+2}$	b) $y = \frac{1-x}{x+3}$	
44.	a) $y = \frac{x+1}{x^2}$	b) $y = \frac{2x-1}{x^2}$	
45.	a) $y = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$	b) $y = \frac{3-x^2}{x+2}$	
46.	a) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$	b) $y = \frac{x^2 + 1}{x}$	
47.	a) $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x+2}$		
48.	a) $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{x-2}$		
49.	a) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$		
50.	a) $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x - 3}$		
	Ispitati tok(domen, nule, znak, asimptote, monotonost, ekstremne vrednosti) i skicirati grafik funkcije:		
51.	a) $y = x^3 - x$	b) $y = x^4 - 2x^2$	
52.	a) $y = x^3 - 3x^2 + 2$		
53.	a) $y = \frac{2x-1}{x+2}$	b) $y = \frac{1-x}{x+3}$	
54.	a) $y = \frac{x}{x-2}$	b) $y = \frac{x+3}{4-x}$	

55.	a) $y = \frac{x+1}{x^2}$	b) $y = \frac{2x-1}{x^2}$	
56.	a) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$	b) $y = \frac{x}{x^2-1}$	
57.	a) $y = \frac{x^2+3x}{x-1}$	b) $y = \frac{3-x^2}{x+2}$	
58.	a) $y = \frac{x^2}{x^2-4}$		
59.	a) $y = \frac{x^2-6x+9}{x-2}$		
60.	a) $y = \frac{x^2+2x+4}{x+2}$		
Pogodnim transformacijama resiti integrale koji se svode na tablicne:			
61.	a) $\int \left( x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$	b) $\int \left( \sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx$	c) $\int \frac{(x-2)^2}{x^2} dx$
62.	a) $\int \frac{(x-1)^3}{x} dx$	b) $\int \frac{x+x^2 e^x}{x^2} dx$	c) $\int e^x \left( 1 - \frac{e^{-x}}{x^2} \right) dx$
63.	a) $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$	b) $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$	c) $\int \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$
64.	a) $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$	b) $\int \frac{x^2+2}{x^2+1} dx$	c) $\int \frac{5}{2x^2+2} dx$
65.	a) $\int \frac{1}{\sqrt{4-4x^2}} dx$	b) $\int \frac{3}{\sqrt{3-3x^2}} dx$	
Metodom zamene resiti integrale:			
66.	a) $\int (2x-6)^9 dx$	b) $\int \sqrt{5x+6} dx$	c) $\int \sqrt[3]{2x-1} dx$
67.	a) $\int e^{-x} dx$	b) $\int e^{2x-1} dx$	c) $\int e^{\sin x} \cos x dx$
68.	a) $\int \sin 3x dx$	b) $\int \cos(2x+3) dx$	c) $\int \cos \frac{x}{3} dx$
69.	a) $\int \sin^3 x \cos x dx$	b) $\int \cos^5 x \sin x dx$	c) $\int \operatorname{tg} x dx$
70.	a) $\int \frac{1}{2+x} dx$	b) $\int \frac{2}{2x+3} dx$	c) $\int \frac{x}{x^2+1} dx$
71.	a) $\int \frac{2x-3}{x^2-3x+4} dx$	b) $\int \frac{1}{x^2+4} dx$	c) $\int \frac{2}{x^2+3} dx$
72.	a) $\int \frac{1}{x^2+4x+5} dx$	b) $\int \frac{2}{x^2-2x+2} dx$	c) $\int \frac{3}{x^2-6x+10} dx$
Parcijalnom integracijom resiti integrale:			
73.	a) $\int x \sin x dx$	b) $\int x \cos x dx$	c) $\int x e^x dx$

74.	a) $\int x \ln x dx$	b) $\int \ln x dx$	c) $\int x \arctg x dx$
	Izracunati odredjene integrale:		
75.	a) $\int_{-1}^3 (1 - 2x + 3x^2) dx$	b) $\int_1^2 \left( x + \frac{2}{x^2} - \frac{4}{x^3} \right) dx$	c) $\int_0^1 e^x dx$
76.	a) $\int_0^{\pi} \sin x dx$	b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$	c) $\int_0^{\pi} x \sin x dx$
	Izracunati površinu figure ogrančenu linijama:		
77.	$y = 3x - x^2$ i $y = 0$		
78.	$y = 3x - x^2$ i $y = -x + 3$		
79.	$y = -x^2 - 2x + 3$ i $y = 0$		
80.	$y = x^2$ i $x + y = 2$		
81.	$y = e^x$ , $y = e$ , $x = 0$		
82.	$y = x^2$ i $y = \sqrt{x}$		
83.	$y = x^2 - 2x + 2$ i $y = -x^2 + 4x + 2$		
84.	$7x^2 - 9y + 9 = 0$ i $5x^2 - 9y + 27 = 0$		
	Kombinatorika:		
85.	<p>U odeljenju ima 20 učenika:</p> <p>a) Na koliko različitih načina se može napraviti spisak svih učenika?</p> <p>b) Na koliko različitih načina se mogu izabrati dva redara?</p> <p>c) Na koliko različitih načina se može izabrati predsednik, blagajnik i dva člana za Crveni krst?</p> <p>d) Na koliko različitih načina se može izabrati kosarkaska petorka, tako da oba redara ne mogu da igraju istovremeno?</p>		
86.	<p>U ravni je dato 9 nekolinearnih tačaka. Koliko je najviše ovim tačkama određeno:</p> <p>a) duži, b) pravih, c) trouglova, d) ravni, e) krugova, f) četvorouglova g) vektora?</p>		
87.	<p>Od 20 pitanja koja treba da nauči za ispit učenik zna 12. Da bi položio ispit učenik od 4 pitanja treba tačno da odgovori bar na dva pitanja. Na koliko načina on može da odabere povoljnu cedulju sa pitanjima?</p>		
88.	<p>Kosarkaski tim čine 5 bekova, 4 centra i 3 krila, Na koliko načina kosarkaski trener može da sastavi petorku u kojoj će biti bar 2 beka i tačno 1 centar?</p>		
89.	<p>Na koliko različitih načina 5 devojčica i 5 dečaka mogu sedeti u isti red u bioskopu, tako da sede naizmenično?</p>		
90.	<p>Na polici treba rasporediti 2 knjige iz matematike, 1 iz hemije i 3 iz fizike, tako da knjige iz iste oblasti budu jedna do druge. Na koliko načina je to moguće uraditi?</p>		
91.	<p>Dat je skup cifara <math>A = \{1, 2, 3, 4, 5\}</math>.</p> <p>a) Koliko se petocifrenih brojeva može napisati korišćenjem svih elemenata skupa A?</p>		

	b) Koliko ima petocifrenih brojeva, sa razlicitim ciframa skupa A, tako da su parne cifre jedna do druge? c) Koliko ima brojeva deljivih sa 3, koji se mogu napraviti od razlicitih elemenata skupa A? d) Koliko ima trocifrenih, parnih brojeva, cije su sve cifre elementi A i ne ponavljaju se?
92.	Resiti jednacine: a) $7V_3^n = 6V_3^{n+1}$ b) $3V_4^n = V_5^{n-1}$ c) $\frac{(n-2)!}{(n-4)!} = 12$ d) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 132$
	Binomna formula:
93.	Razviti po binomnoj formuli $(\sqrt{x} + 1)^5$
94.	U razvoju binoma $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{12}$ odrediti srednji clan.
95.	U razvoju binoma $\left(\frac{1}{x^2} + \sqrt{x}\right)^5$ odrediti peti clan.
96.	U razvoju binoma $(\sqrt[3]{x} + \sqrt{x})^{11}$ odrediti clan koji sadrzi $x^5$ .
97.	U razvoju binoma $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$ odrediti clan koji ne sadrzi $x$ , tj sadrzi $x^0$ .
98.	U razvoju binoma $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{15}$ odrediti clan koji ne sadrzi $x$ , tj sadrzi $x^0$ .
99.	U razvoju binoma $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^9$ odrediti clan koji sadrzi $x$ , tj sadrzi $x^1$ .
100.	U razvoju binoma $\left(\frac{1}{x} + x\sqrt[3]{x}\right)^5$ odrediti clan koji sadrzi $x^2$ .

Zadatke su predlozili profefori matematike:

Mirjana Jovic,  
 Dusanka Radojevic,  
 Marija Ostojic

Predlozeni zadaci su uglavnom radjeni na casovima redovne nastave 2012/2013.

#### LITERATURA

1. M. Obradovic, D. Georgijevic  
 MATEMATIKA sa zbirkom zadataka za cetvrti razred srednje skole, Zavod za izdavanje udzbenika.
2. S. Ognjanovic, Z. Ivanovic  
 MATEMATIKA 4, Zbirka zadataka za cetvrti razred gimnazija i tehnickih skola, Krug, Beograd
3. M. Jokovic, I. Tomic  
 MATEMATIKA 3,4. Zbirka resenih zadataka za 3. i 4. stepen strucne spreme, Krug, Beograd
4. B. Vene  
 Zbirka resenih zadataka iz matematike za 4. razred, Zavod za izdavanje udzbenika, Beograd