

ТРИГОНОМЕТРИЈА ПРАВОУГЛОГ ТРОУГЛА

1. Коришћењем тригонометријских идентичности, одредити вредности осталих тригонометријских ф-ја угла α ако је $\sin \alpha = \frac{5}{13}$.
2. Коришћењем тригонометријских идентичности, одредити вредности осталих тригонометријских ф-ја угла α ако је $\cos \alpha = \frac{9}{41}$.
3. Коришћењем тригонометријских идентичности, одредити вредности осталих тригонометријских ф-ја угла α ако је $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{5}$.
4. Израчунати вредност израза: $\frac{\sin^2 60^\circ - \cos^2 45^\circ}{\cos^2 60^\circ + \cos^2 45^\circ} \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 30^\circ - \operatorname{tg}^2 60^\circ}{\operatorname{ctg}^2 30^\circ + \operatorname{ctg}^2 45^\circ}$.
5. Израчунати вредност израза: $\frac{\cos 30^\circ - 3\operatorname{tg} 30^\circ}{\sin 30^\circ} \cdot \frac{2\sin 60^\circ - 3\cos 30^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ}{2\sin^2 45^\circ}$.
6. Израчунати вредност израза: $\frac{\operatorname{tg}^2 30^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ}{\operatorname{ctg}^2 30^\circ - \operatorname{ctg}^2 45^\circ} \cdot \frac{2\sin 30^\circ - 1}{2\sin 30^\circ + 1}$.
7. Израчунати вредност израза: $\frac{\sin^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ}{\cos^2 30^\circ - \cos^2 45^\circ} \cdot \frac{\operatorname{tg} 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ}{\operatorname{ctg} 60^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ}$.
8. Странице правоугаоника су $a = 12\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$. Одредити вредности тригонометријских функција оштрог угла који образује дијагонала са дужицом страницом правоугаоника.
9. Ако је $a = 12\text{cm}$ основица и $b = 10\text{cm}$ крак једнакокраког тругла ABC , одредити вредности свих тригонометријских функција унутрашњег угла на основици тог тругла.
10. Странице правоугаоника су $a = 12\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$. Одредити вредности тригонометријских функција оштрог угла који образује дијагонала са краћом страницом правоугаоника.

ЛОГИКА

1. Одредити истинитосну вредност исказа $p: \sqrt{1+15} = 1+4 = 5$, $q: 2a^4 + 5a^4 = 7a^4$

$$, r: \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{2 \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{5}}{13} = \frac{4}{5} \text{ а затим одредити вредност ф-ле } ((\neg q \wedge p) \Rightarrow q) \Leftrightarrow (r \wedge \neg(p \vee \neg q))$$

2. Дати су искази :

$$p: 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 1\frac{1}{2} - 4 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{17}{3} \qquad q: 3^3 + 3^4 = 3^7$$

$$r: (x^2 + 2x - 7) \cdot (2x^2 - x + 3) = 2x^4 - 2x^2 - 21 \text{ Одредити њихову истинитосну вредност, па након тога истинитосну вредност формуле: } ((p \wedge q) \vee \neg r) \wedge \neg p$$

3. Дати су искази : $p: \left(1 - \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right) : \frac{3}{8} = \frac{8}{3}$ $q: 4^4 \cdot (2^6 : 2^3) = 2^{10}$

$$r: (2x + 3y)^2 + (3x - 2y)^2 = 13x^2 + 5y^2$$

Одредити њихову истинитосну вредност, па након тога истинитосну вредност формуле:

$$((\neg p \wedge \neg r) \vee \neg q) \wedge p.$$

СКУПОВИ

1. Дати су скупови: $A = \{x \mid x \in Z \wedge -3 \leq x < 4\}$, $B = \{x \mid x \in N \wedge x \mid 12\}$, и $C = \{x \mid x \in N \wedge 3x + 5 \leq 17\}$. Одредити скупове: $(A \setminus B) \cup C$ и $(A \cap B) \setminus C$
2. Датисускупови: $A = \{x \mid x \in Z \wedge -2 \leq x < 3\}$, $B = \{x \mid x \in N \wedge 2 < x \leq 7\}$, и $C = \{x \mid x \in N \wedge 2x + 7 < 17\}$. Одредити $(A \setminus B) \cap C$ и $C \cap (B \setminus A)$
3. Датисускупови: $A = \{x \mid x \in Z \wedge -3 \leq x < 3\}$, $B = \{x \mid x \in N \wedge x \mid 16\}$, и $C = \{x \mid x \in N \wedge 16 - 3x \geq 4\}$. Одредити скупове: $(A \cup B) \setminus C$ и $(A \setminus B) \cap C$

ФУНКЦИЈЕ

1. Ако је $f(x) = 5x - 2$ и $g(x) = -3x + 2$ одреди а) $f^{-1}(x)$ б) $(f \circ g)(x)$ в) $(g \circ f^{-1})(x)$
2. Ако је $f(x) = -3x + 7$ и $g(x) = 5x + 1$ одреди а) $f^{-1}(x)$ б) $(f \circ g)(x)$ в) $(g \circ f^{-1})(x)$
3. Ако је $f(x) = 3x + 5$ и $g(x) = -3x + 7$ одреди а) $f^{-1}(x)$ б) $(f \circ g)(x)$ в) $(g \circ f^{-1})(x)$
4. Нека су дате функције: $f(x) = 1 - \frac{3}{4}x$ и $g(x) = 4x - 2$. Одредити $f(8)$, $g(0)$, $(g \circ f)(x)$.
5. Нека су дате функције: $f(x) = 1 - \frac{5}{3}x$ и $g(x) = 3x + \frac{7}{3}$. Одредити $f(4)$, $g(0)$, $(g \circ f)(x)$.

ФУНКЦИОНАЛНЕ ЈЕДНАЧИНЕ

1. Одредити $f(x)$ ако је $f(-3x + 4) = 2x + 1$
2. Одредити $f(x)$ ако је $f(4x - 1) = 2x + 1$

ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ ВЕЛИЧИНА

1. Како треба помешати пасуљ од 380 динара по килограму и пасуљ од 440 динара по килограму, да би се добило 15 килограма пасуља по цени 400 динара по килограму?
2. Колико јабука по цени од 20 и јабука по цени од 32 динара по килограму треба помешати да би се добило 18 килограма јабука по цени од 24 динара по килограму?
3. Нада је спремила ручак и трошкове платила у самоуслугу 2820 динара. Трошкови за супу, главно јело и салату стоје у размери $5 : 8 \frac{1}{3} : 6,25$. Колико износе појединачни трошкови?
4. Три села су изградила мост чија је вредност 57000000 динара. Свако село сноси део трошкова сразмерно броју становника. Са колико динара учествује свако село ако редом имају 1500, 2400, 1800 становника?

5. Велимир је предао откупној станици у Пецкој 2024 килограма малина, што је за 15% више него што је било уговорено. За колико килограма је премашио уговорену цену?
6. Марија је на распродаји купила сукњу по цени 7700 динара, што је 12% ниже од раније цене. Колика је била цена ове сукње пре распродаје?

РАЦИОНАЛНИ АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗИ

1. Поделити полиноме: $(4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 1) : (x^2 - x + 1) =$

2. Поделити полиноме: $(3x^3 - 2x^2 + x - 1) : (x + 1) =$

3. Поделити полиноме: $(-2x^3 - 3x^2 - x + 2) : (x - 1) =$

4. Упростити израз: $\frac{9x}{3x+1} + \frac{1}{3x-1} + \frac{6x-4}{9x^2-1}$

5. Упростити израз: $\frac{y}{x^2-xy} + \frac{x}{xy-y^2} + \frac{x+y}{xy}$

6. Упростити израз: $\frac{x+3}{x+1} - \frac{x-2}{x-1} - \frac{3x}{x^2-1}$

7. Упростити израз: $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} + \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$

8. Упростити израз: $\frac{3}{x+y} - \frac{3}{x-y} - \frac{1}{y}$

9. Упростити израз: $\frac{a}{ab-b^2} + \frac{b}{a^2-ab} - \frac{a+b}{ab}$

10. Упростити израз: $\frac{5x}{x^2-6x+9} - \frac{3x-1}{x^2-9}$

11. Упростити израз: $\frac{6x+5}{x+5} - \frac{3(2x-1)}{x-5} + \frac{50x}{x^2-25}$

12. Упростити израз: $\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{2x}{x^2-4x+4}$

13. Упростити израз: $\frac{2a-1}{2a} + \frac{1}{2a-4a^2} + \frac{2a}{2a-1}$

14. Упрости израз: $\frac{a}{a^2-9b^2} - \frac{1}{a+3b} =$

15. Упростити израз: $\left(1 + a + \frac{1}{1-a}\right) : \left(1 + \frac{1}{1-a^2}\right)$

16. Упростити израз: $\frac{x^2+2x+1}{x^2-4x+4} : \frac{x^2+x}{x^2-4}$

17. Упростити израз: $\frac{3x^2-3y^2}{2x+2y} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2}$

18. Упростити израз: $\left(\frac{x}{y^2 + xy} - \frac{2}{x + y} + \frac{y}{x^2 + xy}\right) : \left(\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}\right)$

19. Упростити израз: $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 3x} \cdot \frac{x^2 - 9}{x^2 + 5x}$

20. Упрости израз: $\left(\frac{a}{6 - 3a} + \frac{a}{a + 2} + \frac{4a}{a^2 - 4}\right) : \frac{a - 4}{a - 2}$

21. Упрости израз: $\left(\frac{x + 1}{x + 2} + \frac{6x}{x^2 - 4} - \frac{2x - 1}{x - 2}\right) : \frac{2x^2}{x + 2}$

22. Упрости израз: $\left(\frac{x + y}{x - y} - \frac{x - y}{x + y}\right) : \left(\frac{x - y}{x + y} + \frac{x + y}{x - y}\right)$

23. Упрости израз: $\left(\frac{3x}{x + y} + \frac{x}{x - y} - \frac{2xy}{x^2 - y^2}\right) : \frac{4xy}{x^2 - y^2}$

24. Растварити на чиниоце дате полиноме:

a) $4(a + b)^2 - (5 - c)^2$ b) $64a^3 - b^6$

c) $27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3$ d) $ax^2 + bx^2 - bx - ax + cx^2 - cx$

e) $x^2 + x - 2$ f) $16m^2 - 9x^2 + 12xy - 4y^2$

25. Растварити на чиниоце дате полиноме:

a) $(x^2 + y)^2 - 1$ b) $8a^3 + b^3$

c) $a^4 - 8a^2c + 16c^2$ d) $a^3 + a^2b - a^2c - abc$

e) $x^2 + 7x + 10$ f) $ax - bx - a^2 + 2ab - b^2$

ЛИНЕАРНЕ ЈЕДНАЧИНЕ

1. Решити једначину: $\frac{3(x + 1)}{2} - \frac{2(x - 3)}{5} + 2x - 1 = \frac{31x}{10} + 4$

2. Решити једначину: $y - \left(\frac{3y + 1}{5} - \frac{2y - 7}{2}\right) = 5 - \frac{y + 6}{2}$

3. Решити једначину: $\frac{3}{5}(z + 1) - \frac{3}{4}(z - 11) = \frac{2}{11}(2z - 5)$

4. Решити једначину: $\frac{5t + 1}{6} - \left(\frac{1 + 9t}{8} - \frac{3t - 1}{5}\right) = \frac{t - 1}{3}$

5. Решити једначину: $2x + \frac{3x - 1}{2} - \frac{5x - 2}{3} = 2$

6. Решити једначину: $\frac{3x - 1}{6} + \frac{2x + 1}{3} = x + \frac{1}{3}$

7. Решити једначину: $\frac{9x + 1}{4x - 3} - 3 = \frac{1 - x}{20x - 15} + \frac{2x + 5}{4x - 3}$

8. Решити једначину: $\frac{29}{24} - \frac{4}{x - 8} = \frac{3}{2x - 16} - \frac{3}{3x - 24}$

9. Решити једначину: $\frac{1}{4x - 6} + \frac{1}{8x + 12} - \frac{3(2x + 1)}{4x^2 - 9} = 0$

10. Решити једначину: $\frac{5t+4}{t+4} - \frac{9-3t-2t^2}{16-t^2} + \frac{13-3t}{t-4} = 0$
11. Решити једначину: $\frac{y+1}{2y-1} - \frac{11y+5}{12(2y-1)} = \frac{y-3}{4-8y} + \frac{1}{6}$
12. Решити једначину: $\frac{4y-1}{y-4} - \frac{5y}{3y-12} - \frac{6y-4}{5y-20} = 1 + \frac{y+1}{2y-8}$
13. Решити једначину: $\frac{z-1}{2z^2-18} - \frac{4z+1}{4z^2-36} + \frac{2}{z+3} = \frac{3}{2z-6}$
14. Збир два природна броја је 58. Ако се већи број подели мањим, добија се количник 4 и остатак 3. Који су то бројеви?
15. Ћерка је за 18 година млађа од мајке, а пре 5 година је била од мајке 4 пута млађа. Колико је година мајци, а колико ћерки?
16. Збир цифара једног двоцифреног броја износи 7. Ако цифре замене места, онда је тако добијени број за 9 мањи од полазног броја. Који је то број?
17. Збир година мајке и ћерке је 46. После 10 година мајка ће бити два пута старија од ћерке. Колико година сада има мајка, а колико ћерка?
18. Решити једначину: $|x+2| = 2x-4$
19. Решити једначину: $|x-2| = 2x+4$
20. Реши једначину $x-2|x+2| = 4-5x$
21. Решити једначину: $|5x+1| + x = 2$
22. Решити једначину: $x+3|x+1| - 7 = 0$
23. Решити једначину: $|3x-2| + x = 2$

ЛИНЕАРНЕ ФУНКЦИЈЕ

- Одредити параметар k за који ће график функције $y = (k-2)x - (k-1)$ бити паралелан са графиком функције $y = 2x - 6$. За добијену вредност k испитати ток и скицирати график функције.
- Одредити вредност параметра m у једначини функције $y = (m-1)x + \frac{m}{2}$, тако да функција има нулу у $x = 2$. За добијену вредност m испитати ток и скицирати график функције.
- Одредити вредност параметра p у једначини функције $y = (p-2)x + p + 2$, тако да функција има одсечак 3 на y оси. За добијену вредност p испитати ток и скицирати график функције.
- Одредити вредност параметра p за који график ф-је $y = 2px - 1$ садржи тачку $A(1,3)$. За добијену вредност p испитати ток и скицирати график функције.

СИСТЕМИ ЛИНЕАРНИХ ЈЕДНАЧИНА

- Методом замене решити систем једначина:

$$x + 3y = 8$$

$$3x - 4y = 11$$

- Методом замене решити систем једначина:

$$2x - y = 4$$

$$x + y = 5$$

- Методом замене решити систем једначина:

$$2x + y = 0$$

$$x + y = -1$$

4. Методом детерминаната решити систем једначина:

$$3x + 5y = 1$$

$$3x - 2y = 8$$

5. Методом детерминаната решити системе једначина:

$$x - 2y = -5$$

$$-2x + y = 1$$

6. Методом детерминаната решити системе једначина:

$$x + 5y = -17$$

$$3x - y = -3$$

7. Гаусовом методом решити систем једначина:

$$x + 2y - 5z = 6$$

$$-2x + y + 2z = 5$$

$$-3x + 3y - 4z = 8$$

8. Гаусовом методом решити систем једначина:

$$x + 2y + 3z = 1$$

$$2x + 4y - 6z = -2$$

$$-x + 2y + 6z = 4$$

9. Гаусовом методом решити систем једначина:

$$x + 2y + 3z = 32$$

$$2x + y + 3z = 31$$

$$3x + 2y + z = 28$$

10. Гаусовом методом решити систем једначина:

$$x + y + z = 9$$

$$x + 2y + 3z = 16$$

$$x + 3y + 4z = 21$$

ЛИНЕАРНЕ НЕЈЕДНАЧИНЕ

1. Решити неједначину $(x - 1)(x - 4) > 0$

2. Решити неједначину $(x + 3)(x - 5) \leq 0$

3. Решити неједначину $(x + 1)(x + 4) \geq 0$

4. Решити неједначину $\frac{2x-3}{3x-2} \leq 0$

5. Решити неједначину $\frac{3x+1}{2-x} \leq 0$

6. Решити неједначину $\frac{3x-1}{4-x} \geq 0$

7. Решити неједначину $\frac{3x-1}{1+2x} \geq 2$

8. Решити неједначину $\frac{6+x}{3+x} \leq -2$

9. Решити неједначину $\frac{2x-3}{5-x} \geq \frac{1}{3}$

10. Решити неједначину $\frac{4x-3}{x-2} \leq 3$

11. Реши неједначину: $\frac{3x}{x-1} \geq 1$

12. Реши неједначину: $\frac{1-x}{2x+3} \geq 1$

13. Реши неједначину: $\frac{x-1}{x-2} < \frac{3}{2}$

14. Реши неједначину: $\frac{5-2x}{5+x} \leq \frac{1}{2}$

15. Реши неједначину: $\frac{x+1}{2x-3} > \frac{2}{3}$

16. Решити неједначину $1+x - \frac{x-3}{4} \geq \frac{x+1}{4} - \frac{x-2}{3}$

17. Решити неједначину $\frac{3-x}{12} - \frac{3x}{4} < 2 - \frac{5x-10}{6}$

18. Решити неједначину $\frac{3-2x}{5} + 8 \geq \frac{5x+2}{2} - x$

19. Решити неједначину $\frac{2x+1}{7} - \frac{3x-2}{3} \leq \frac{4x+5}{21} - \frac{1}{3}$

20. Решити неједначину $\frac{3x-1}{12} - \frac{3}{4} < 2x - \frac{5(1-2x)}{6}$

21. Реши неједначину: $\frac{8}{3}x - 2 - \frac{7x}{2} + \frac{5}{2} < 2 - \frac{3x+7}{4}$

22. Реши систем неједначина: $\frac{x+1}{5} - \frac{x+2}{4} < \frac{x-3}{3} + \frac{x-4}{2} \wedge \frac{x-2}{3} > 1 + \frac{x-5}{15}$

23. Реши систем неједначина: $\frac{x}{2} + \frac{3x}{4} > 15 + \frac{5x}{6} \wedge \frac{x-3}{4} + \frac{2+3x}{2} \geq 5$

24. Реши систем неједначина: $2(2x+1) > 3 - \frac{1+x}{5} \wedge \frac{x-3}{9} > 1 + \frac{2x-7}{2}$

25. Реши систем неједначина: $(x-1)^2 + (x-2)^2 \geq 2(x-3)^2 - 1 \wedge \frac{x-1}{3} + \frac{1-2x}{3} \geq \frac{x-3}{6} - \frac{1}{2}$