



МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА  
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ  
ЗАЈЕДНИЦА ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

**ЕЦЗ**  
СРБИЈЕ

## ДВАДЕСЕТ ДРУГО РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ

РЕШЕЊА

ИЗ

# ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

ЗА УЧЕНИКЕ ДРУГОГ РАЗРЕДА

Број задатка

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Укупно
Број бодова												
6 -2	6 -2	9	6 -2	6 -2	9	10	9	8	8	11	12	100 -8

мај 2016.



## УПУТСТВО (ОБАВЕЗНО ПРОЧИТАТИ!)

Питања и задаци су припремљени у складу са наставним програмима предмета Основе електротехнике.

Провера знања траје 120 минута. При раду такмичари могу да користе само прибор за писање и лични калкулатор.

Одговор на питање, односно решење постављеног задатка треба писати читко, обавезно на месту које је за то предвиђено. У случају да је расположиви простор за решавање задатка недовољан, може да се користи последња, празна страница. Притом је неопходно назначити број питања, односно задатка на које се наставак решавања односи. На дну простора предвиђеног за решавање одређеног задатка назначити да постоји наставак на крају рада.

Учесници такмичења самостално дају одговоре на питања и решавају постављене задатке. За време рада мора да влада тишина. Такмичар који не поштује ова правила биће дисквалификован и удаљен са такмичења.

За свако питање и задатак дат је број бодова на насловној страни. На питања са предложеним одговором за погрешан одговор добијају се негативни бодови. Највећи могући укупан број бодова је 100.

## САВЕТИ

Свако питање и задатак треба пажљиво прочитати да бисте разумели шта се захтева.

Уколико нисте потпуно сигурни који од предложених одговора на постављено питање треба заокружити, таква питања треба оставити без одговора. Тако се не добијају бодови “на срећу”, али се сигурно избегавају негативни бодови.

Није мудро да се дуго задржавате на питањима и задацима код којих, у датом тренутку, не можете са сигурношћу да одредите тачан одговор, односно да сагледате решење постављеног задатка. Усредсредите се на питања и задатке који следе. Након тога, преостало време посветите решавању задатака које сте “прескочили”.

# Срећно!



1. Активна проводност пријемника ( $G$ ):

а) мора бити позитивна 3/-1

б) мора бити негативна

в) може бити и позитивна и негативна,

док реактивна проводност пријемника ( $B$ ):

а) мора бити позитивна

б) мора бити негативна

в) може бити и позитивна и негативна. 3/-1

2. У општем случају, релације које важе при рачунању укупне кондуктансе ( $G_e$ ), укупне сусцептансе ( $B_e$ ) и укупне адмитансе ( $Y_e$ ) паралелне везе два пријемника су:

а)  $G_e = G_1 + G_2, B_e = B_1 + B_2, Y_e = Y_1 + Y_2$

б)  $G_e \neq G_1 + G_2, B_e \neq B_1 + B_2, Y_e \neq Y_1 + Y_2$

в)  $G_e \neq G_1 + G_2, B_e = B_1 + B_2, Y_e = Y_1 + Y_2$

г)  $G_e = G_1 + G_2, B_e \neq B_1 + B_2, Y_e = Y_1 + Y_2$

д)  $G_e = G_1 + G_2, B_e = B_1 + B_2, Y_e \neq Y_1 + Y_2$  6/-2

ђ)  $G_e = G_1 + G_2, B_e \neq B_1 + B_2, Y_e \neq Y_1 + Y_2$

е)  $G_e \neq G_1 + G_2, B_e = B_1 + B_2, Y_e \neq Y_1 + Y_2$

ж)  $G_e \neq G_1 + G_2, B_e \neq B_1 + B_2, Y_e = Y_1 + Y_2$

3. Пријемник импедансе  $Z = 100 \Omega$  редно је везан за идеални калем исте импедансе ( $Z_L = Z$ ). При томе је импеданса редне везе такође једнака  $Z$ . Одредити комплексну импедансу пријемника.

Нека је комплексна импеданса пријемника:  $\underline{Z} = R + jX$ .

Комплексна импеданса редне везе је:

$$\underline{Z}_r = R + j(X + X_L) = R + j(X + Z_L) = R + j(X + Z). \quad 2 \text{ бода}$$

Можемо изједначити импедансу пријемника и импедансу редне везе пријемника и калема:

$$\sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X + Z)^2} = Z \Rightarrow R^2 + X^2 = R^2 + X^2 + 2XZ + Z^2 = Z^2 \quad 2 \text{ бода}$$

Добија се:

$$2ZX = -Z^2 \Rightarrow X = -\frac{Z^2}{2Z} = -50 \Omega \quad 2 \text{ бода}$$

$$R = \sqrt{Z^2 - X^2} = \sqrt{7500 \Omega^2} \Rightarrow R = 50\sqrt{3} \Omega \quad 2 \text{ бода}$$

$$\text{Дакле, } \underline{Z} = (50\sqrt{3} - j50) \Omega = 100e^{j\pi/6} \Omega. \quad 1 \text{ бод}$$



4. Уколико је паралелно RLC коло антирезонантно, његова адмитанса је:

а) минимална 3/-1

б) максимална,

а електрична струја у напојној грани:

а) минимална 3/-1

б) максимална.

5. Ако је у редној RLC вези пријемника  $\omega^2 LC < 1$ , то коло је претежно:

а) индуктивно

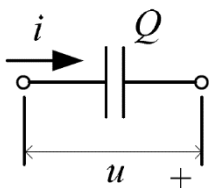
б) капацитивно, 3/-1

а ако је у паралелној RLC вези пријемника  $\omega^2 LC < 1$ , то коло је претежно:

а) индуктивно 3/-1

б) капацитивно.

6. Кондензатор на слици прикључен је на простопериодичан напон. Позната је почетна фаза напона  $\theta$ , ефективна вредност наелектрисања  $Q$  и период  $T$ . Извести израз за тренутну вредност струје  $i$ . Референтни смерови напона и струје задати су на слици.



$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) \quad 1 \text{ бод}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad 1 \text{ бод}$$

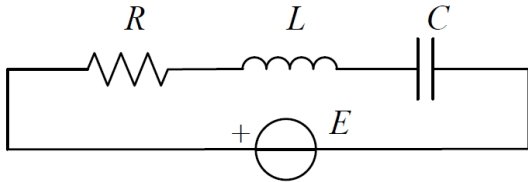
$$U = \frac{I}{\omega C} \Rightarrow I = U\omega C = \omega(CU) = \omega Q \Rightarrow I_m = I\sqrt{2} = \omega Q\sqrt{2} = \frac{2\pi}{T} Q\sqrt{2} \quad 4 \text{ бода}$$

Референтни смерови напона и струје задати на слици су неусклађени, па је:

$$i(t) = -\frac{2\pi}{T} Q\sqrt{2} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \theta + \pi/2\right) = \frac{2\pi}{T} Q\sqrt{2} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \theta - \pi/2\right) \quad 3 \text{ бода}$$



7. На слици је приказано коло простопериодичне струје учестаности  $f = 3.97 \text{ MHz}$ . Однос ефективних вредности напона отпорника ( $U_R$ ) и напона кондензатора ( $U_C$ ) је  $U_R:U_C = 1:100$ . Индуктивност калема је  $L = 20 \mu\text{H}$ . Уколико је струјно коло у фазној резонанцији, израчунати  $R$  и  $C$ .



$$\omega = 2\pi f \approx 2.494 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} \quad 1 \text{ бод}$$

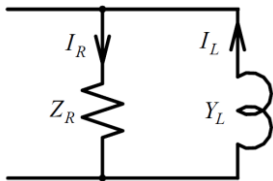
$$\frac{U_R}{U_C} = \frac{RI}{\frac{1}{\omega C}I} = R\omega C = \frac{1}{100} \Rightarrow RC = \frac{1}{100\omega} \quad 3 \text{ бода}$$

$$\text{Коло је у фазној резонанцији: } X = 0 \Rightarrow \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow \omega^2 LC = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} \approx 80 \text{ pF} \quad 1 \text{ бод}$$

$$R = \frac{1}{100\omega C} \approx 5 \Omega \quad 1 \text{ бод}$$



8. У делу кола простопериодичне струје на слици познато је  $\underline{I}_R = (-10 - j10) \text{ mA}$ , импеданса отпорника,  $Z_R = 100 \Omega$  и адмитанса калема,  $Y_L = 40 \text{ mS}$ . Одредити тренутну струју калема (у односу на назначени референтни смер) у тренутку  $t = 3T/4$ , где је  $T$  период.



$$\underline{I}_R = \frac{20}{\sqrt{2}} e^{-j3\pi/4} \text{ mA} \quad 1 \text{ бод}$$

$$Z_L = \frac{1}{Y_L} = 25 \Omega \Rightarrow \underline{Z}_L = 25 e^{j\pi/2} \Omega \quad 1 \text{ бод}$$

$$\underline{Z}_R \underline{I}_R = -\underline{Z}_L \underline{I}_L \quad 1 \text{ бод}$$

$$\text{Уколико се замене бројне вредности, добија се: } 100 \Omega \cdot \frac{20}{\sqrt{2}} e^{-j3\pi/4} \text{ mA} = -25 e^{j\pi/2} \Omega \cdot \underline{I}_L$$

$$\Rightarrow \underline{I}_L = -\frac{2000}{25\sqrt{2}} e^{-j5\pi/4} \text{ mA} = \frac{80}{\sqrt{2}} e^{-j\pi/4} \text{ mA} \quad 2 \text{ бода}$$

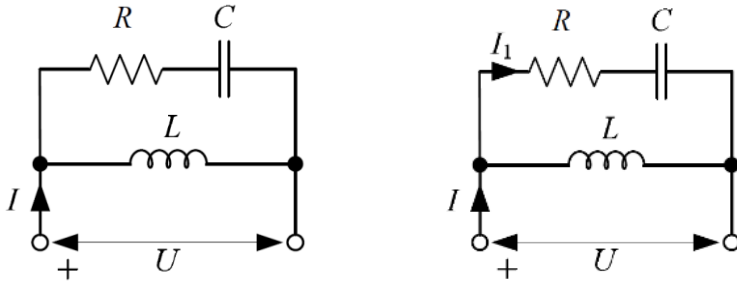
$$\text{Временски облик струје калема је: } i_L(t) = 80 \sin(\omega t - \pi/4) \text{ mA.} \quad 1 \text{ бод}$$

$$\Rightarrow i_L\left(t = \frac{3T}{4}\right) = 80 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{3T}{4} - \pi/4\right) \text{ mA} = 80 \sin(5\pi/4) \text{ mA} = -40\sqrt{2} \text{ mA} \quad 3 \text{ бода}$$





9. У мрежи простопериодичне струје приказаној на слици познато је:  $R = 16 \Omega$ ,  $X_C = 12 \Omega$  и  $X_L = 100 \Omega$ . Ефективна вредност напона кондензатора износи  $U_C = 24 V$ . Израчунати ефективну вредност струје  $I$ .



$$I_1 = \frac{U}{X_C} = 2 A \quad 1 \text{ бод}$$

$$\underline{Z} = \frac{jX_L(R - jX_C)}{R + j(X_L - X_C)} = (20 - j10) \Omega \quad 2 \text{ бода}$$

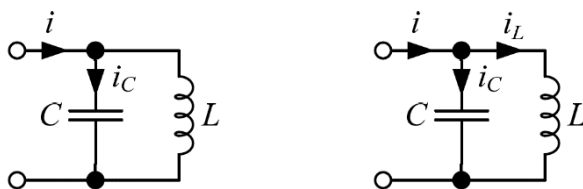
$$Z = \sqrt{20^2 + 10^2} \Omega = 10\sqrt{5} \Omega \quad 1 \text{ бод}$$

$$\underline{U} = \underline{I}_1(R - jX_C) \Rightarrow U = I_1 \sqrt{R^2 + X_C^2} = 40 V \quad 3 \text{ бода}$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{40 V}{10\sqrt{5} \Omega} = \frac{4}{\sqrt{5}} A = 0.8\sqrt{5} A \quad 1 \text{ бод}$$



10. На слици је приказан део кола простопериодичне струје кружне учестаности  $\omega$ . Позната је тренутна струја кондензатора,  $i_C(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t)$ . Одредити израз за тренутну струју напојне гране,  $i$ , ако је  $\omega^2 LC = 3$ .



$$-jX_C \underline{I}_C = jX_L \underline{I}_L \Rightarrow -j \frac{1}{\omega C} \underline{I}_C = j\omega L \underline{I}_L$$

$$\underline{I}_L = -\frac{1}{\omega^2 LC} \underline{I}_C = -\frac{1}{3} \underline{I}_C \quad 5 \text{ бодова}$$

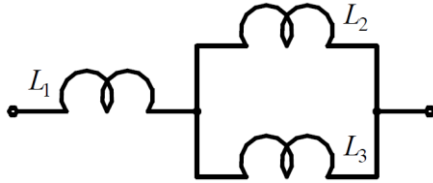
$$\underline{I} = \underline{I}_C + \underline{I}_L = \underline{I}_C - \frac{1}{3} \underline{I}_C = \frac{2}{3} \underline{I}_C \quad 2 \text{ бода}$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{2}{3} i_C(t) = \frac{2\sqrt{2}}{3} I \sin(\omega t) \quad 1 \text{ бод}$$





11. За део кола простопериодичне струје учестаности  $f = 50 \text{ Hz}$ , приказан на слици, позната је укупна реактивна снага,  $Q = 100 \text{ VA}_r$ . Израчунати максималну тренутну енергију калемова,  $W_{L \max} = (W_{L1} + W_{L2} + W_{L3})_{\max}$ .



$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = X_1 I_1^2 + X_2 I_2^2 + X_3 I_3^2 = \omega L_1 I_1^2 + \omega L_2 I_2^2 + \omega L_3 I_3^2 \quad 1 + 2 + 2 \text{ бода}$$

$$= \omega (L_1 I_1^2 + L_2 I_2^2 + L_3 I_3^2) \quad 3 \text{ бода}$$

$$= \omega W_{L \max} \quad 2 \text{ бода}$$

$$\Rightarrow W_{L \max} = \frac{Q}{\omega} = \frac{Q}{2\pi f} = \frac{100 \text{ VA}_r}{100\pi \text{ s}^{-1}} = 0.318 \text{ J} \quad 1 \text{ бод}$$



12. Пријемник комплексне импедансе  $\underline{Z} = (1 - j) \text{ k}\Omega$  прикључен је на простопериодични напон ефективне вредности  $U = 100 \text{ V}$ , учестаности  $f = 50 \text{ Hz}$  и почетне фазе  $\theta = \pi/2$ . Израчунати:

- а) тренутну,  
 б) комплексну привидну,  
 в) активну,  
 г) реактивну снагу пријемника,  
 д) његов фактор снаге.

$$\underline{Z} = (1 - j) \text{ k}\Omega = \frac{2}{\sqrt{2}} e^{-j\pi/4} \text{ k}\Omega \quad 1 \text{ бод} \quad U = 100 e^{j\pi/2} \text{ V} \quad 1 \text{ бод}$$

$$\Rightarrow \underline{I} = 50\sqrt{2} e^{j3\pi/4} \text{ mA} \quad 1 \text{ бод}$$

- а)  $u(t) = U_m \sin(\omega t + \theta) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \theta) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2) \text{ V} \quad 1 \text{ бод}$   
 $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi) = 100 \sin(\omega t + 3\pi/4) \text{ mA} \quad 1 \text{ бод}$   
 $\Rightarrow p(t) = u(t)i(t) = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2) \sin(\omega t + 3\pi/4) \text{ W}$ ,  
 где је  $\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ s}^{-1}$ .  $2 \text{ бода}$

б)  $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 100 e^{j\pi/2} \text{ V} \cdot 50\sqrt{2} e^{-j3\pi/4} \text{ mA} = 5\sqrt{2} e^{-j\pi/4} \text{ VA} = 5(1 - j) \text{ VA} \quad 2 \text{ бода}$

- в)  $P = 5 \text{ W} \quad 1 \text{ бод}$   
 г)  $Q = -5 \text{ VA}_r \quad 1 \text{ бод}$   
 д)  $k = \sqrt{2}/2 \quad 1 \text{ бод}$

